Blatt 6

Kai Großjohann, André Schaefer Abgabe bis 3. Juni 2003

Aufgabe 1: Schaltfunktionen

Gegeben sei ein programmierbares Boolesches Steuerelement, welches zwei Dateneingänge x_1 und x_2 sowie zwei Steuereingänge s_1 und s_2 besitzt. Die Ausgabe sei mit (y_1, y_2) bezeichnet. Das Element berechnet unterschiedliche Funktionen auf den Dateneingängen; die jeweils zu berechnende Funktion wird durch die Steuereingänge ausgewählt, siehe Tabelle 1.

Steuer-eingänge		Funktionen	
s_1	s_2	y_1	y_2
0	0	$x_1 + x_2$	x_1
0	1	$x_1 \oplus x_2$	x_2
1	0	$\overline{x_1 + x_2}$	$\overline{x_1}$
1	1	$\overline{x_1 \cdot x_2}$	$\overline{x_2}$

Tabelle 1: Funktionen des Steuerelements abhängig von den Steuereingängen.

Schreibe die Wertetabelle für dieses Bauelement auf, und entwerfe die Schaltfunktionen für y_1 und y_2, die nur die folgenden Operationen verwenden:

(a) $\{ +, \cdot, \neg \}$;

(b) $\{ \oplus, \cdot, 1 \}$.

Achte darauf, dass die Schaltfunktionen kostenminimal sind.

10 Punkte

Aufgabe 2: Quine/McCluskey

(a) Bestimmte mit Hilfe des Verfahrens von Quine und McCluskey die Primimplikanten der Funktion $f : \mathbb{B}^5 \to \mathbb{B}$, gegeben durch die folgende Menge von einschlägigen Indizes.

$$\{ 3, 4, 5, 9, 13, 14, 18, 19, 20, 21 \}$$

(b) Bestimme zur Funktion aus a eine kostenminimale disjunktive Darstellung.

10 Punkte

Aufgabe 3: Überdeckungsproblem

Nach der Ausführung des Algorithmus von Quine und McCluskey erhält man eine Matrix, für die ein *Überdeckungsproblem* zu lösen ist, denn man möchte mit möglichst wenigen Zeilen alle Spalten überdecken. Als Vorgehensweise können, wenn möglich, die folgenden sogenannten *elementaren Vereinfachungsregeln* angewendet werden:

- Streiche alle Zeilen heraus, die in einer anderen enthalten sind. (Zeile A ist in Zeile B enthalten, wenn B in jeder Spalte eine 1 hat, in der auch A eine 1 hat.)
- Suche Spalten mit nur einer 1. Die entsprechende Zeile gehört zur minimalen Überdeckung. Alle zugehörigen Spalten sind damit ebenfalls abgedeckt und brauchen nicht mehr betrachtet zu werden.

Eventuell müssen diese Regeln mehrfach angewendet werden, bis alle Spalten überdeckt sind.

Gegeben sei nun die in Tabelle 2 dargestellte Matrix, durch die ein Überdeckungsproblem definiert wird. Finde nur mit Hilfe der elementaren Vereinfachungsregeln eine minimale Überdeckung dieser Matrix, so dass mit möglichst wenigen Zeilen alle Spalten abgedeckt werden.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		1		1						1
2					1	1				
3	1			1				1	1	
4					1	1	1			1
5		1					1		1	
6				1				1	1	
7	1				1					
8			1			1				
9	1		1			1				1
10	1	1								
11		1					1	1	1	1
12				1	1		1			1

Tabelle 2: Matrix für Überdeckungsproblem.

10 Punkte